

Dimensionamento de lajes maciças

PROF.^a MSC PATRÍCIA ANDRADE

Exemplo

Determine a armadura das lajes a seguir, sabendo que:

$f_{ck}=30$ MPa

Classe de agressividade 3

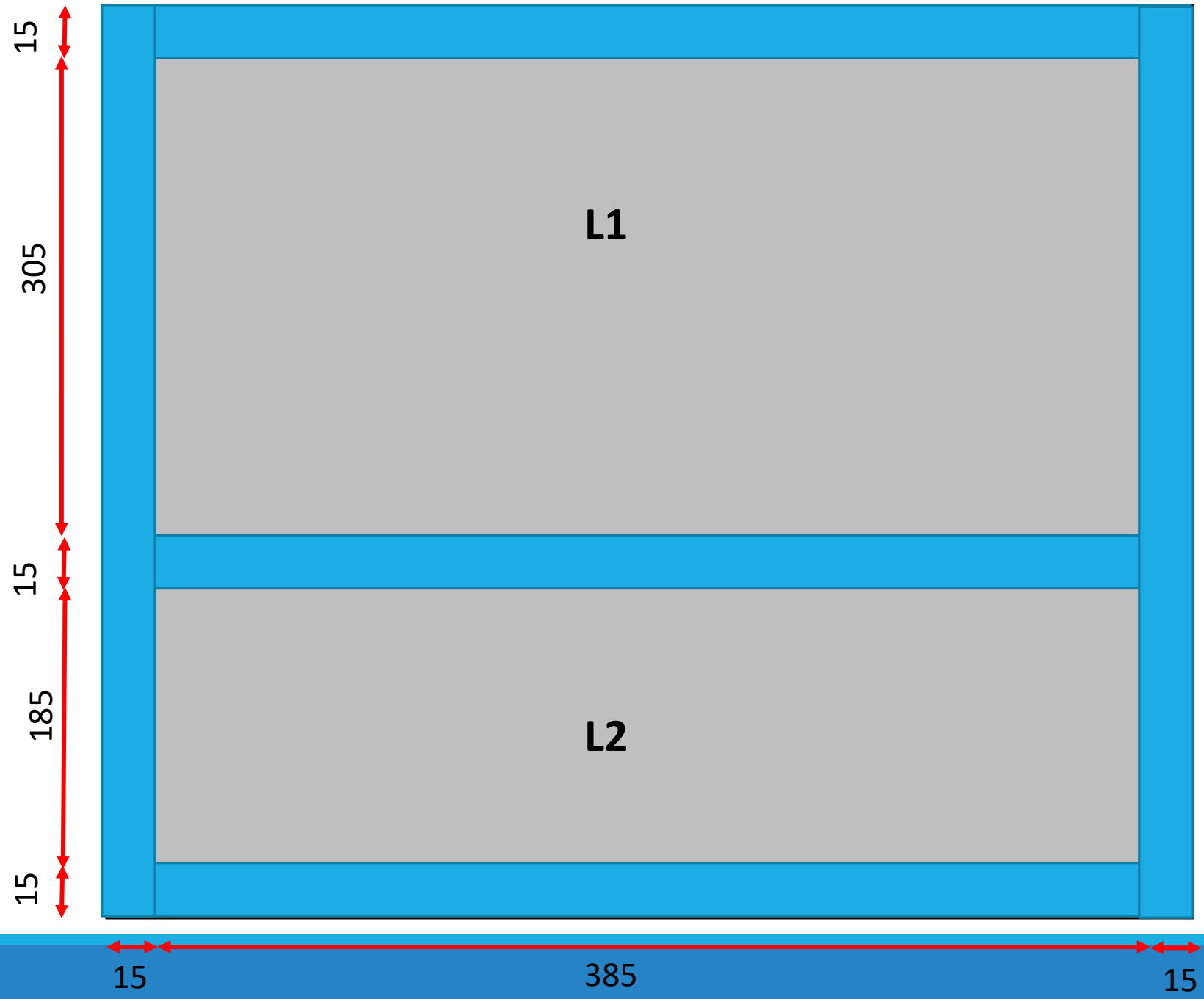
As lajes serão utilizadas para uma edificação residencial (quarto, sala)

na laje 1: Revestimento cerâmico de espessura de 5 cm

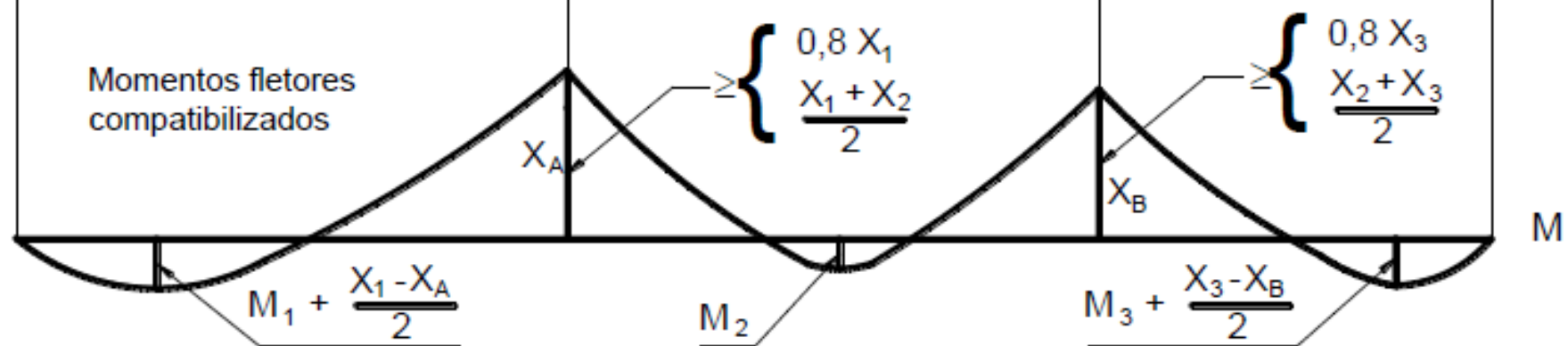
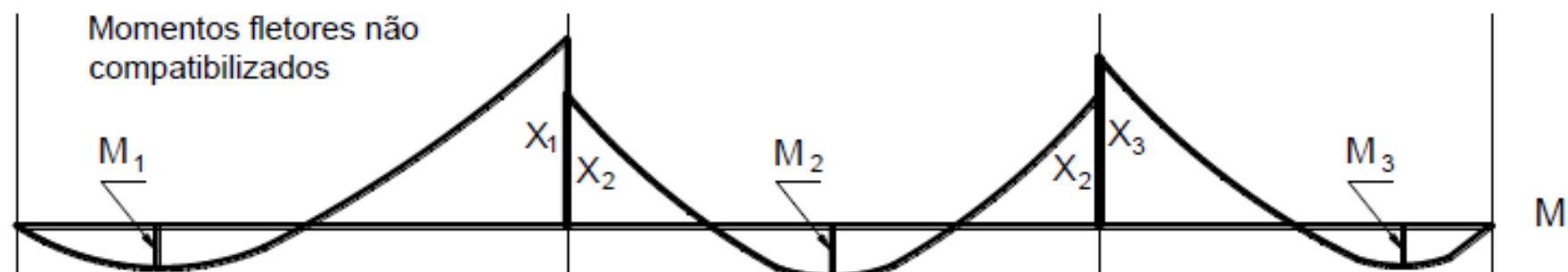
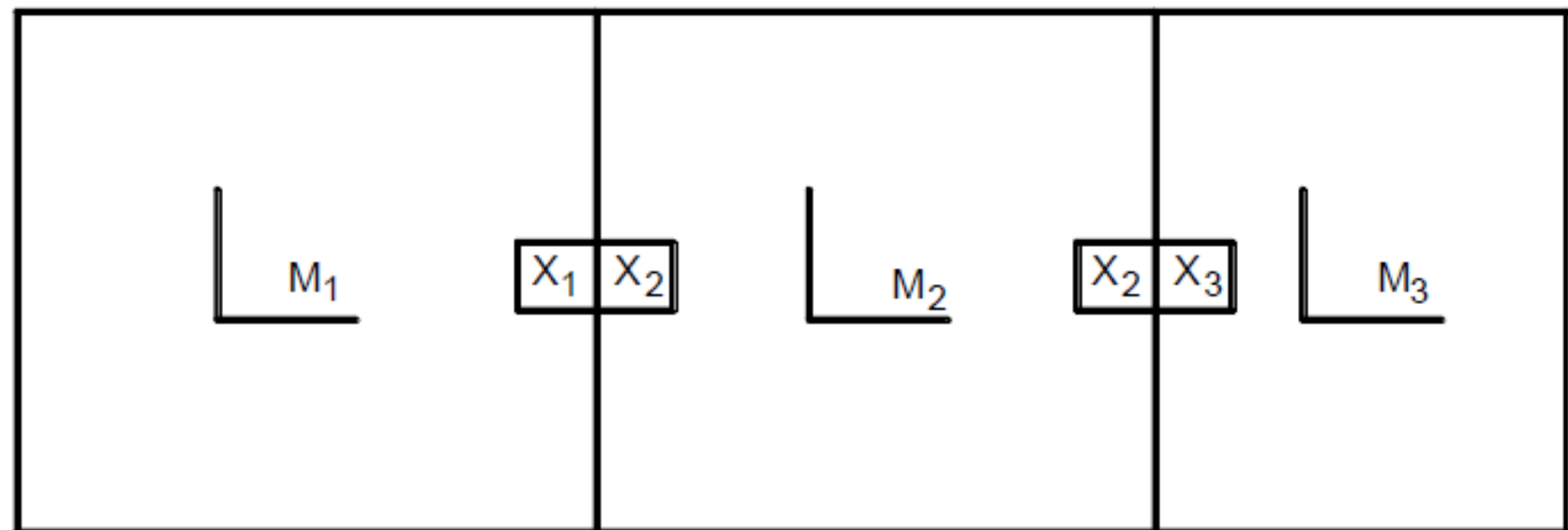
na laje 2: Revestimento cerâmico de espessura de 7 cm

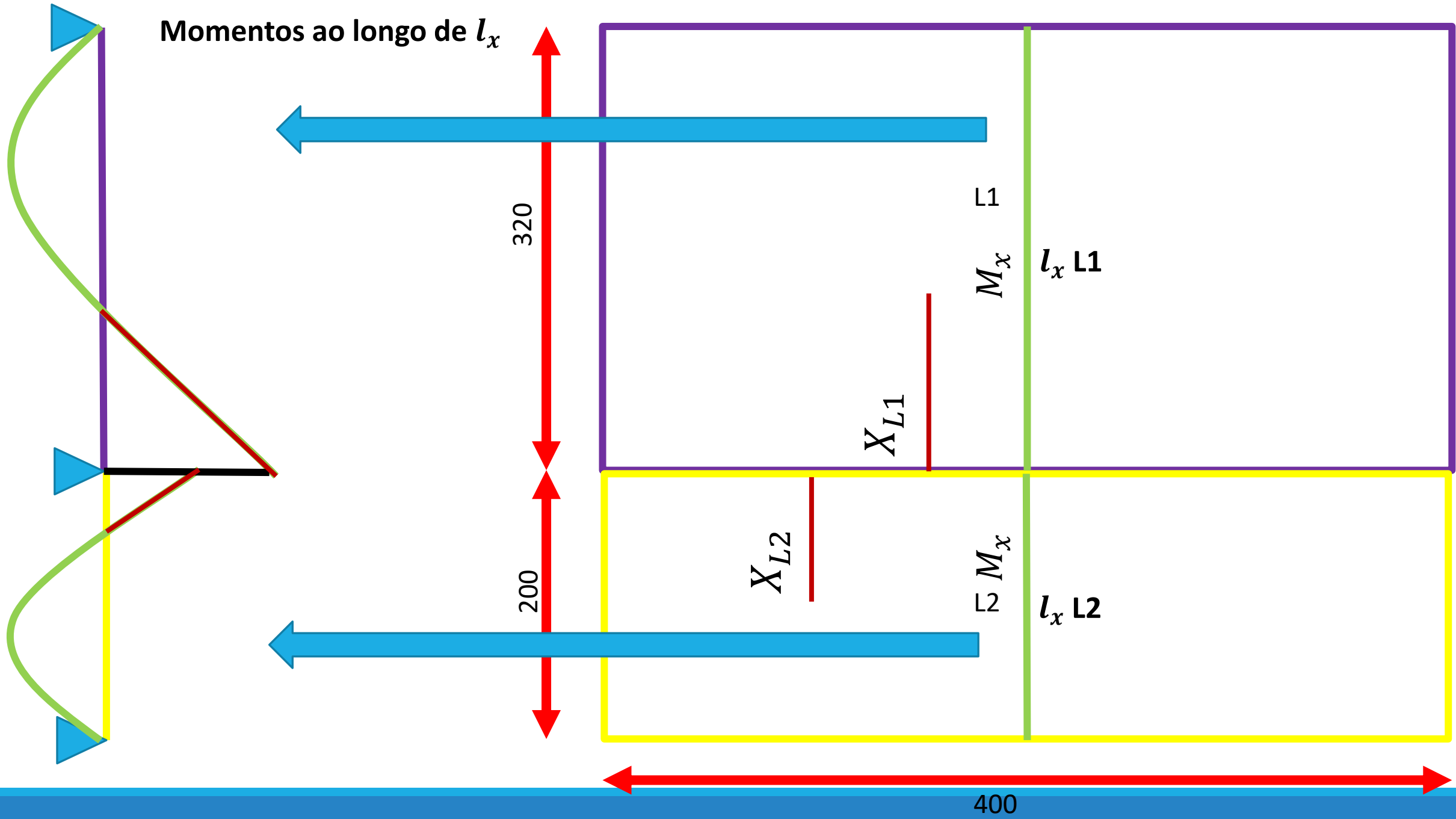
Lajes maciças

Considere pilares embutidos nas paredes

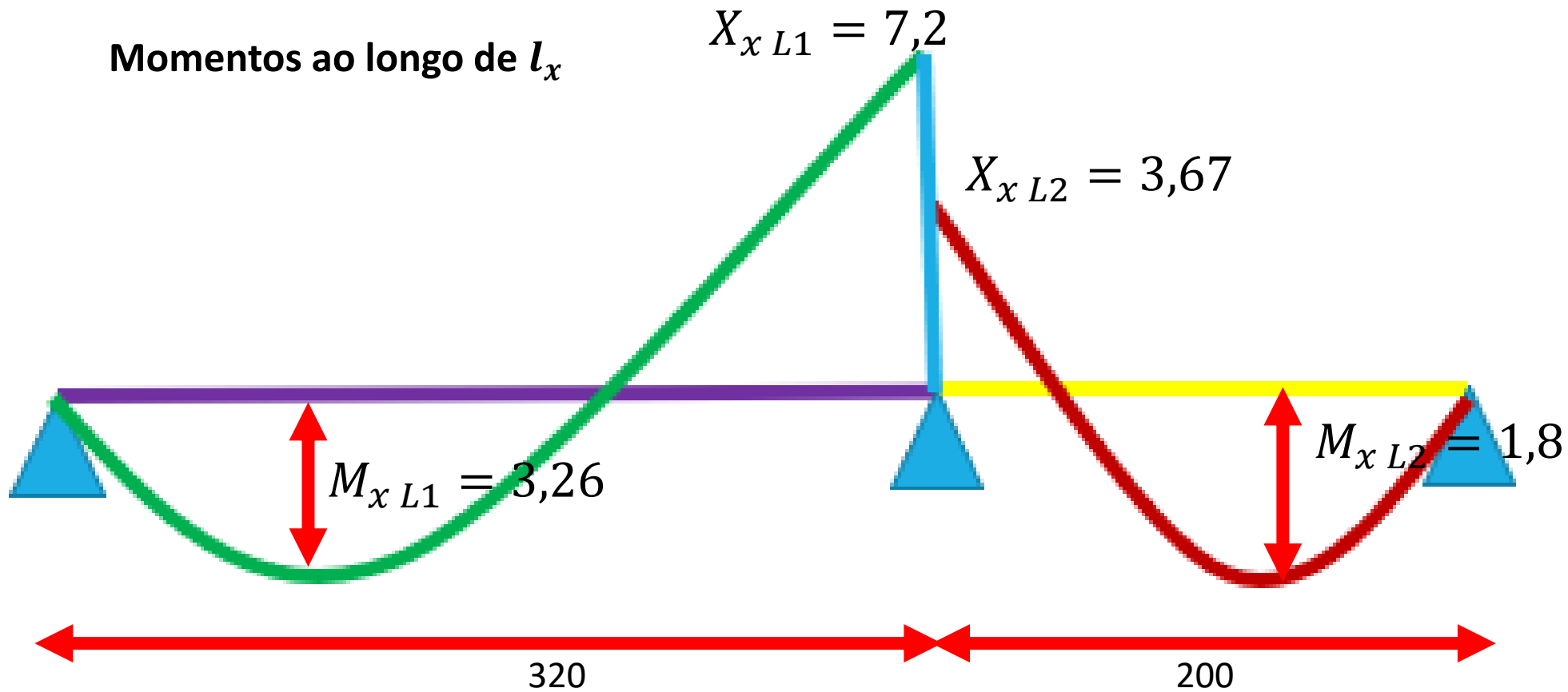


$$X \geq \begin{cases} 0,8 X_1 \\ \frac{X_1 + X_2}{2} \end{cases}, \text{ com } X_1 \geq X_2$$



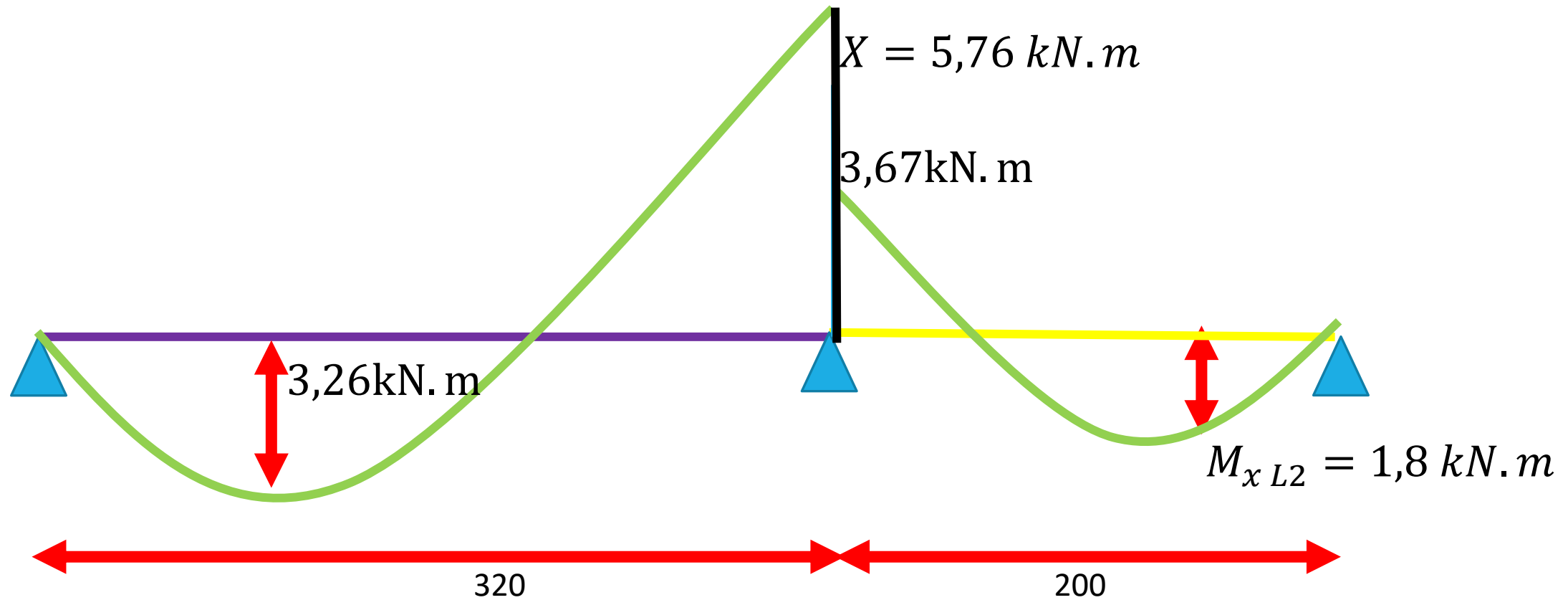


Momentos ao longo de l_x



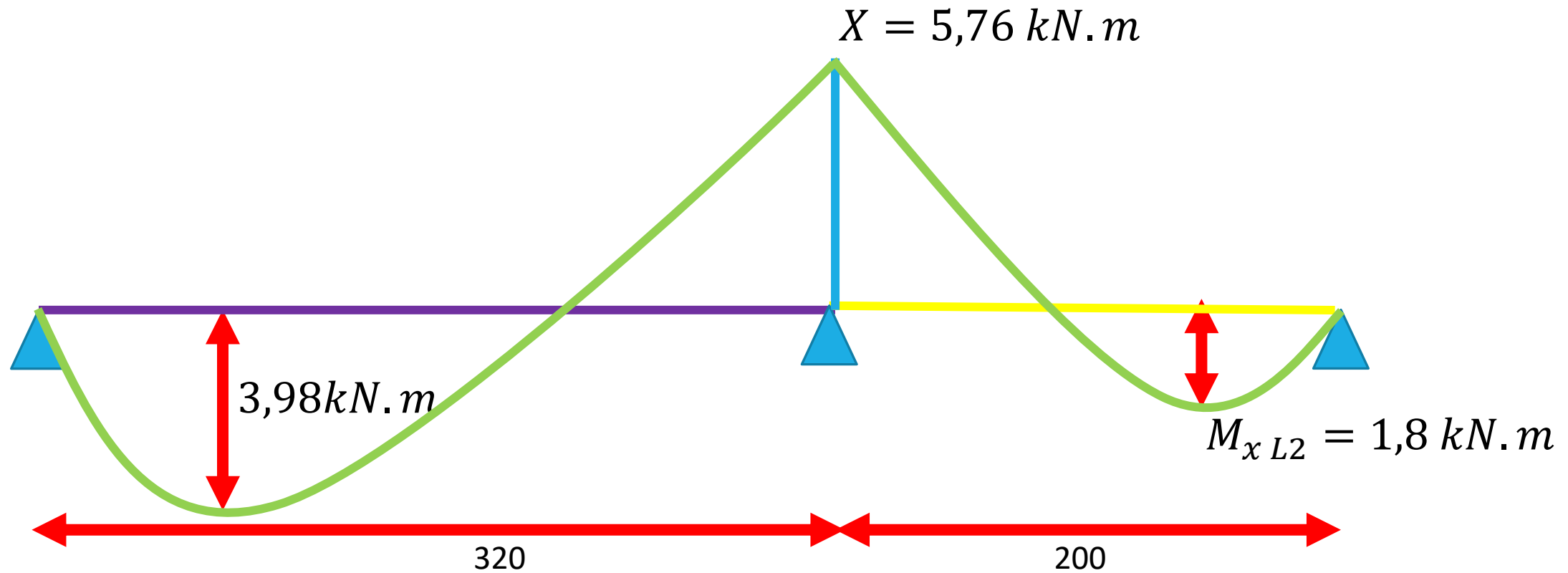
$$X \begin{cases} 0,8 * X, \text{ sendo } X \text{ o maior momento: } 0,8 * 7,2 = 5,76 \text{ kN.m} \\ \frac{X_{L1} + X_{L2}}{2} = \frac{7,2 + 3,67}{2} = 5,44 \text{ kN.m} \end{cases} \rightarrow X = 5,76 \text{ kN.m}$$

Momentos ao longo de l_x 7,2kN.m



$$M_{x L1} = M_{x L1} + \frac{X_{L1} - X}{2}$$
$$M_{x L1} = 3,26 + \frac{7,2 - 5,76}{2}$$
$$M_{x L1} = 3,98 \text{ kN.m}$$

Momentos ao longo de l_x

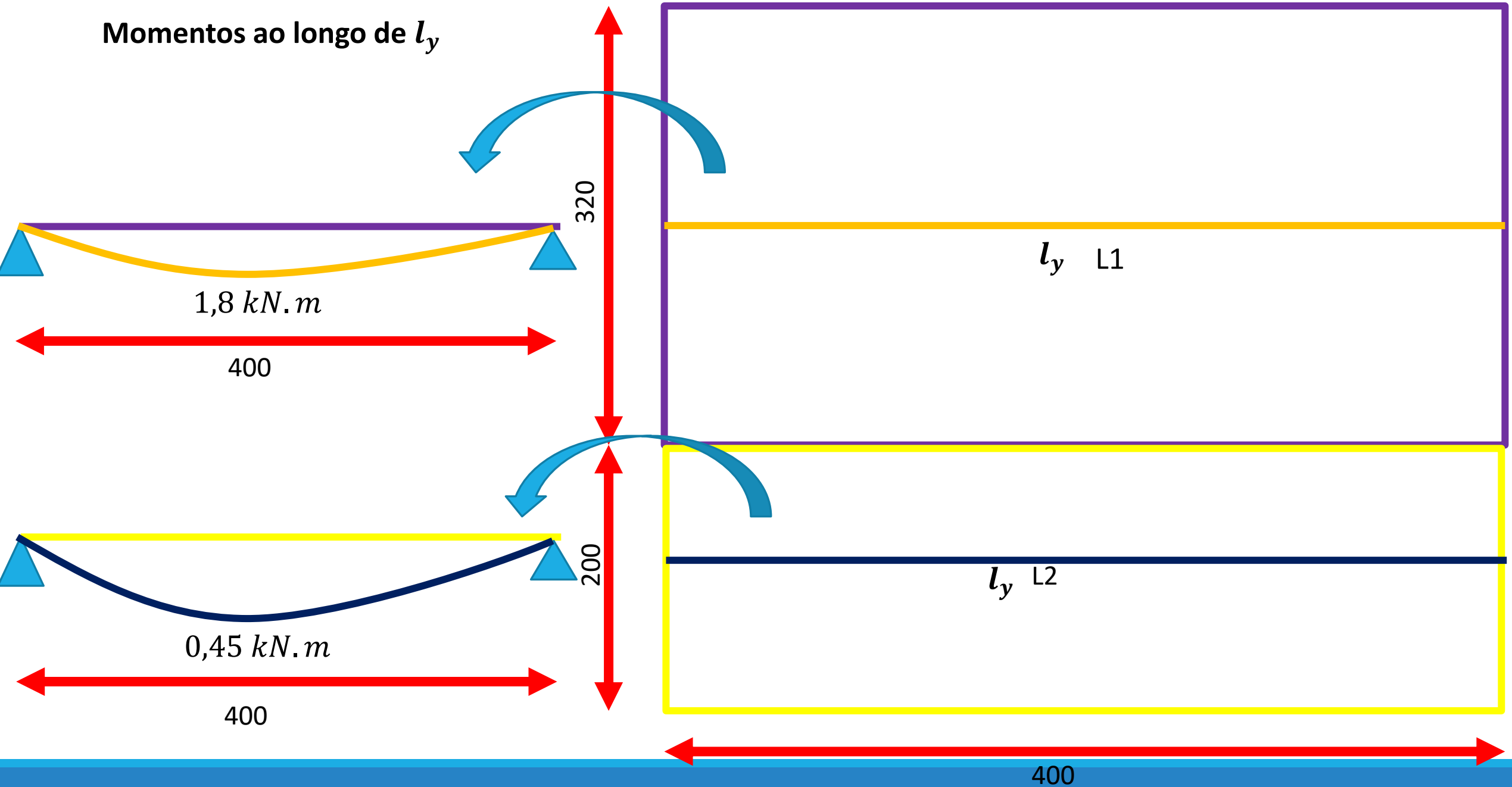


$$M_{x L1} = M_{x L1} + \frac{X_{L1} - X}{2}$$

$$M_{x L1} = 3,26 + \frac{7,2 - 5,76}{2}$$

$$M_{x L1} = 3,98 \text{ kN.m}$$

Momentos ao longo de l_y



Resumo de todos os momentos nas lajes 1 e 2

Momentos positivos

$$M_{x L1} = 3,98 \text{ kN.m}$$

$$M_{y L1} = 1,8 \text{ kN.m}$$

$$M_{x L2} = 1,8 \text{ kN.m}$$

$$M_{y L2} = 0,45 \text{ kN.m}$$

Momentos negativos

$$X_x = 5,76 \text{ kN.m}$$

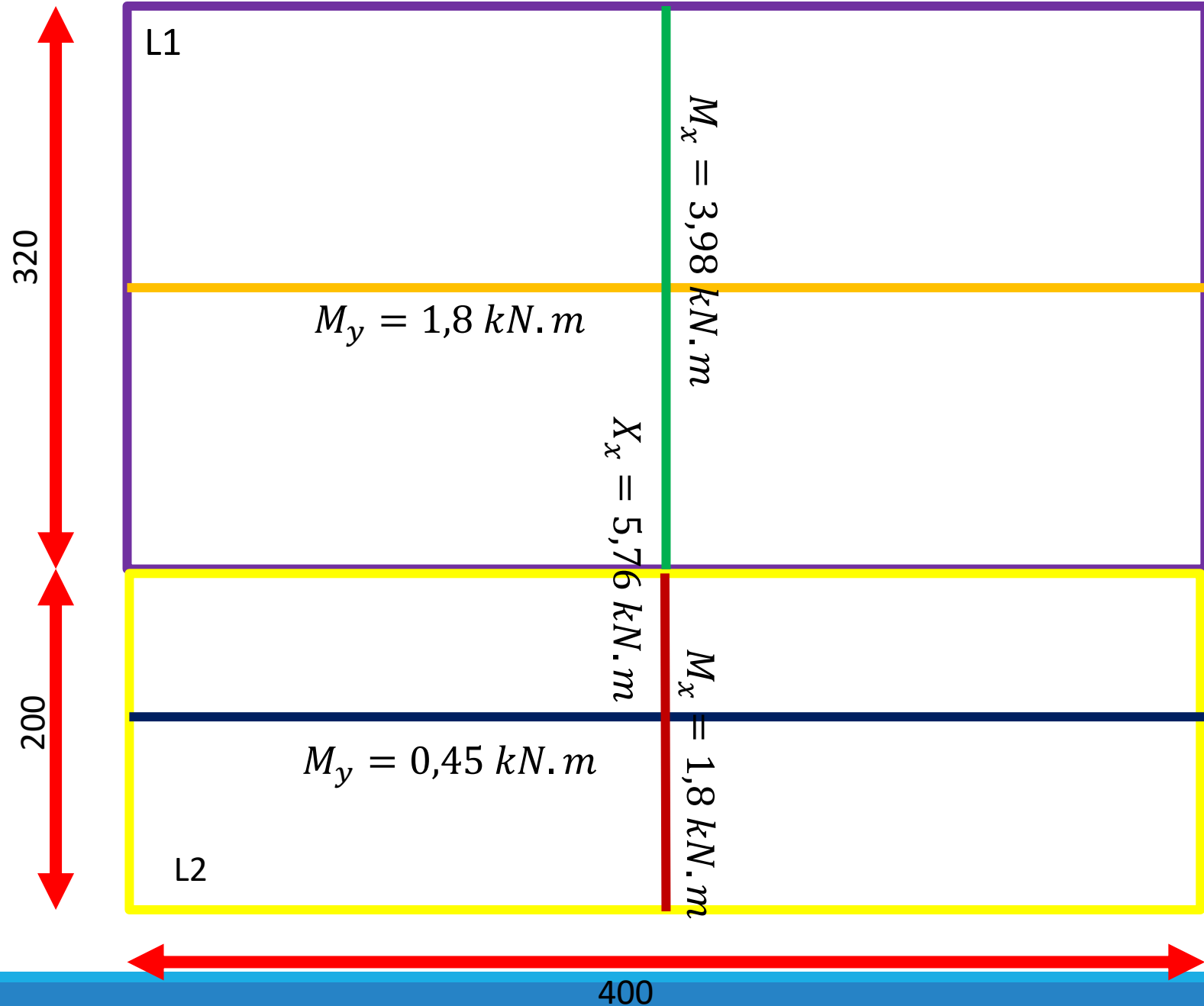
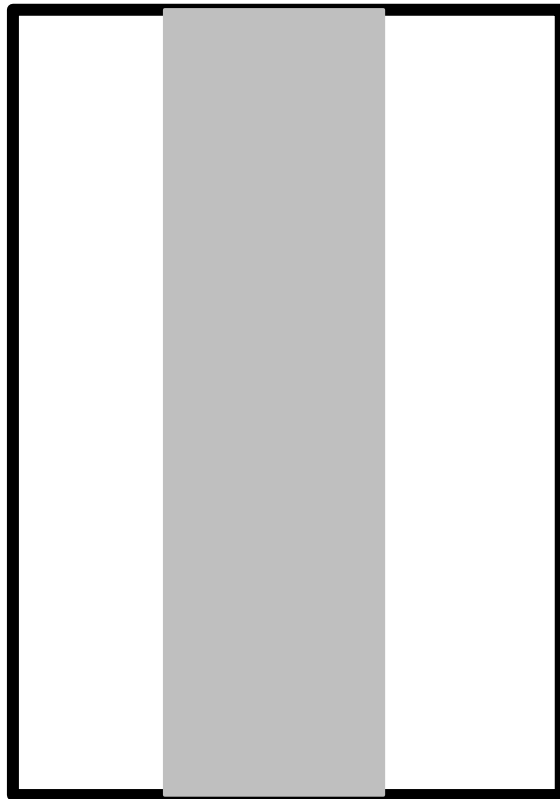


TABELA 3. Momentos fletores nas lajes compatibilizados

LAJE	caso	λ	d	μ_x	M_x (kN.m)	μ_y	M_y (kN.m)	μ'_x	X_x (kN.m)	μ'_y	X_y (kN.m)
1	2B	1,25	6,5	4,55	3,98	2,51	1,8	10,06	5,76	-	-
2	2B	2	6,5	5,94	1,8	1,48	0,45	12,13	5,76	-	-

Considerações sobre a armadura em lajes

As armaduras em lajes maciças são determinadas considerando-a como uma “viga” de largura $b_w = 100 \text{ cm}$ ou 1 m



1m ou 100 cm



1m ou 100 cm

Método de cálculo 1 – equações de equilíbrio

$$M_{sd} = \alpha_c * f_{cd} * \lambda * x * b_w * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)$$

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)}$$

α_c e λ são coeficientes que dependem do grupo do concreto

x altura da linha neutra com relação à fibra mais comprimida; b_w largura da laje

d altura útil da viga (distância do centro de gravidade da armadura de combate a tração até a fibra mais comprimida)

f_{cd} resistência de projeto do concreto, sendo $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$;

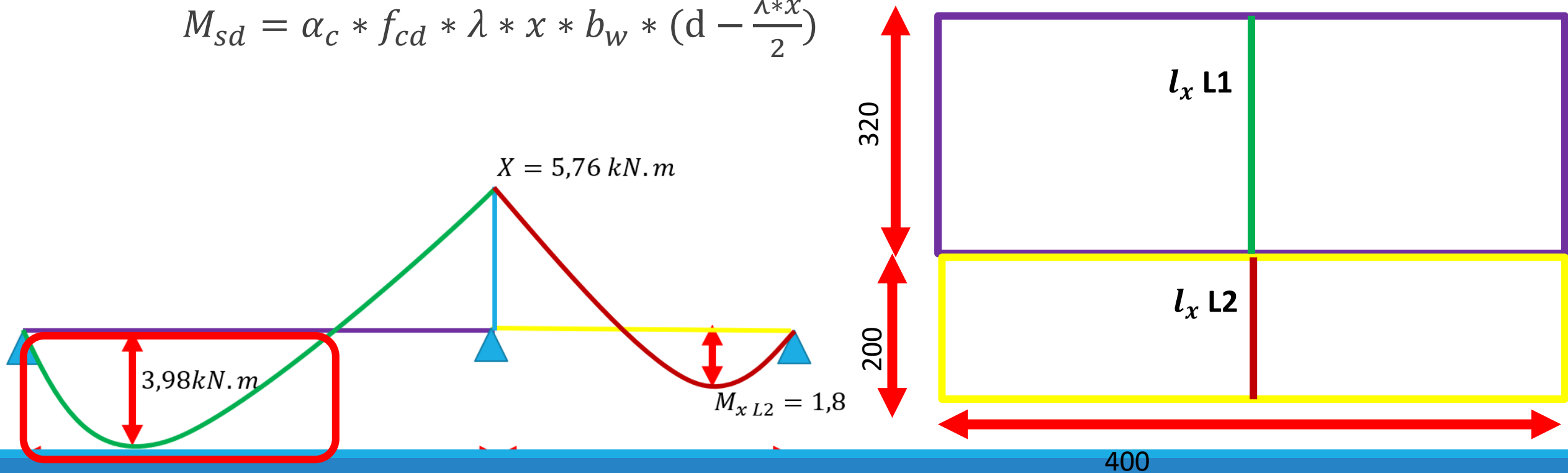
f_{yd} resistência de projeto do aço, sendo $f_{yd} = \frac{f_y}{1,15}$

Resolução

LAJE 1

Armadura positiva ao longo de l_x

$$M_{sd} = \alpha_c * f_{cd} * \lambda * x * b_w * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)$$



Resolução

LAJE 1 - Armadura positiva ao longo de l_x

$$M_{sd} = \alpha_c * f_{cd} * \lambda * x * b_w * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)$$

$$3,98 * 100 = 0,85 * \left(\frac{3}{1,4}\right) * 0,8 * x * 100 * \left(6,5 - \frac{0,8 * x}{2}\right)$$

$$-0,4 * x^2 + 6,5 * x - 2,73 = 0$$

$$x = \frac{-b * \sqrt{\Delta}}{2 * a}$$

$$x = \frac{-6,5 * \sqrt{6,5^2 - (4 * -0,4 * -2,73)}}{2 * (-0,4)}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0,43 \text{ cm} \\ x = 15,81 \text{ cm} \end{cases}$$

Resolução



$$\begin{cases} x = 0,43 \text{ cm} \\ x = 15,81 \text{ cm} \end{cases}$$

Verificando o domínio

$$x_{23} = 0,259 * d$$

$$x_{23} = 0,259 * 6,5$$

$$x_{23} = 1,68 \text{ cm} > x = 0,43 \text{ cm}$$

Laje está no domínio 2!!!

Resolução

LAJE 1 - Armadura positiva ao longo de l_x

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right)}$$

$$A_s = \frac{3,98 * 100}{\frac{50}{1,15} * \left(6,5 - \frac{0,8 * 0,43}{2}\right)}$$

$$A_s = 1,44 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Diâmetro máximo das barras e armadura mínima

$$\phi_{m\acute{a}x} = h/8$$

$$A_{smin} = \frac{0,15}{100} * b_w * h$$

Resolução

Verificações de norma

Área de aço mínima

$$A_{smin} = \frac{0,15}{100} * b_w * h$$

$$A_{smin} = \frac{0,15}{100} * 100 * 10$$

$$A_{smin} = 1,5 \text{ cm}^2$$

Logo deve ser adotada a $A_{smin} = 1,5 \text{ cm}^2/m$, pois $A_s = 1,44 \text{ cm}^2/m$

Resolução

Verificações de norma

Diâmetro máximo de armadura

$$\phi_{m\acute{a}x} = h/8$$

$$\phi_{m\acute{a}x} = 10 \text{ cm}/8$$

$$\phi_{m\acute{a}x} = 1,25 \text{ cm ou } 12,5 \text{ mm}$$

Resolução

Armadura positiva

Diâmetro (mm)	Área unitária (cm ²)	Número de barras	Espaçamento entre barras (cm)
5	0,19	1,5/0,19 = 7,89 = 8	100/8 = 12,5 cm
6,3	0,31	5	100/5 = 20 cm
8	0,50		
10	0,78		
12,5	1,23		

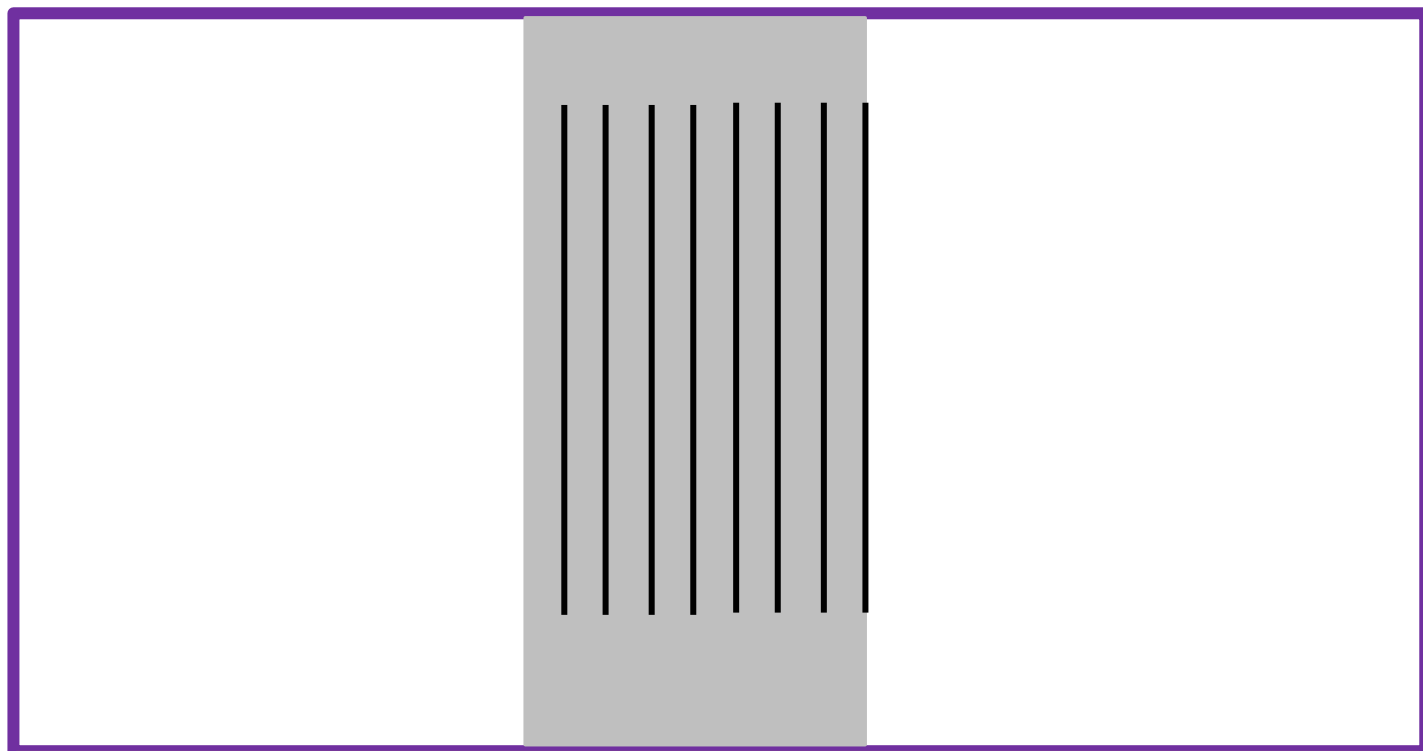
Espaçamento entre barras

$$s = \frac{b_w}{n}$$

Como a laje tem 4 m de vão a armadura positiva da laje 1 será de:
→ $32\phi 5 \text{ mm a } c/12,5\text{cm}$

320

200



1 m

Cada faixa de 1 m de laje terá:
 $8\phi 5 \text{ mm a } c/12,5\text{cm}$

400

Método de cálculo 2 – Tabelas K_c e K_s

Seja um β dado por:

$$\beta = x/d$$

Sendo d a altura útil e x a altura da linha neutra

$$K_c = \frac{b_w * d^2}{M_{sd}} \qquad A_s = K_s * \frac{M_{sd}}{d}$$

K_c é o coeficiente dado em cm^2/kN

b_w é a largura da viga cm

d é a altura útil da viga em cm (distância do centro de gravidade da armadura de tração até a fibra mais comprimida)

M_{sd} é o momento solicitante de projeto em kN.cm

A_s é a área de aço em cm^2

K_s é o coeficiente dado em cm^2/kN

$\beta = x/d$ determina a altura da linha neutra e também o domínio

K_c conforme a classe do concreto. Ex.: C20 é o concreto com $f_{ck}=20$ MPa. Notem que só é válida a tabela para concretos de até 50 MPa

K_s para o aço CA-50

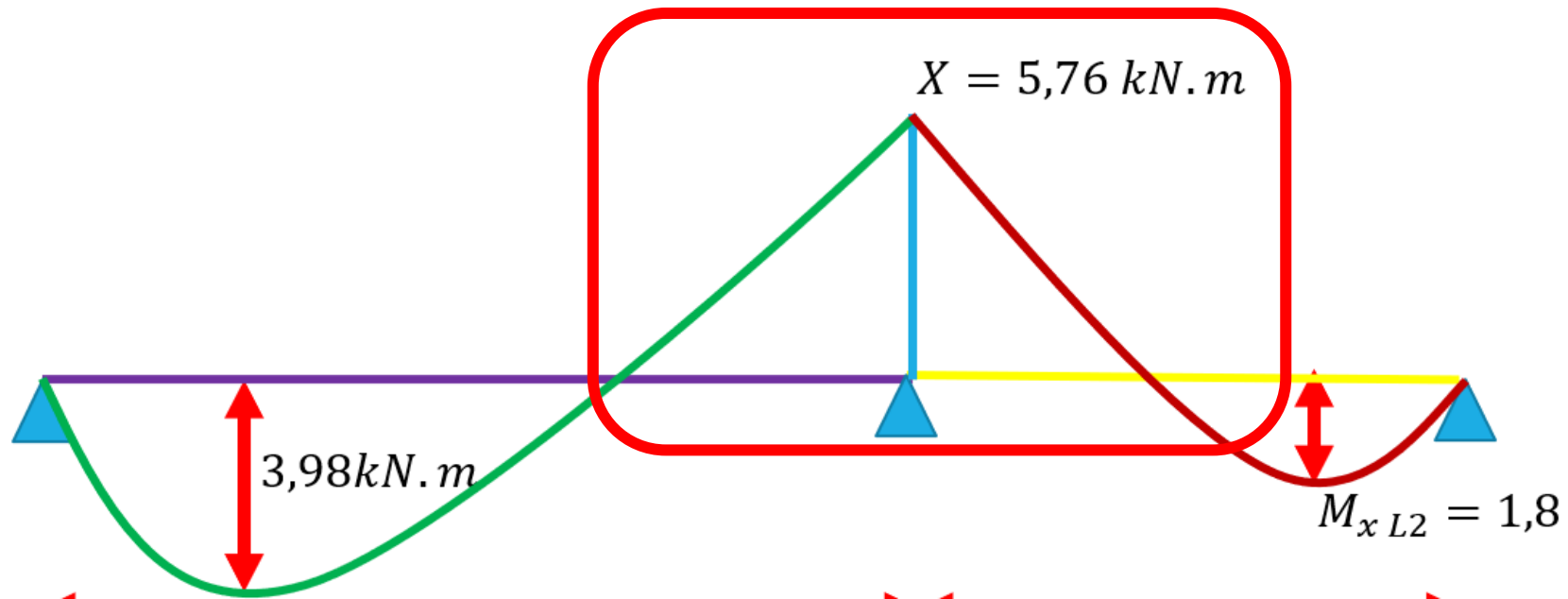
domínio

FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES

$\beta_x = \frac{x}{d}$	K_c (cm ² /kN)								K_s (cm ² /kN)	Dom.
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-50	
0,01	137,8	103,4	82,7	68,9	59,1	51,7	45,9	41,3	0,023	
0,02	69,2	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9	23,1	20,8	0,023	
0,03	46,3	34,7	27,8	23,2	19,8	17,4	15,4	13,9	0,023	
0,04	34,9	26,2	20,9	17,4	14,9	13,1	11,6	10,5	0,023	
0,05	28,0	21,0	16,8	14,0	12,0	10,5	9,3	8,4	0,023	
0,06	23,4	17,6	14,1	11,7	10,0	8,8	7,8	7,0	0,024	
0,07	20,2	15,1	12,1	10,1	8,6	7,6	6,7	6,1	0,024	
0,08	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,6	5,9	5,3	0,024	
0,09	15,8	11,9	9,5	7,9	6,8	5,9	5,3	4,7	0,024	
0,10	14,3	10,7	8,6	7,1	6,1	5,4	4,8	4,3	0,024	
0,11	13,1	9,8	7,8	6,5	5,6	4,9	4,4	3,9	0,024	
0,12	12,0	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	4,0	3,6	0,024	
0,13	11,1	8,4	6,7	5,6	4,8	4,2	3,7	3,3	0,024	
0,14	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,024	

Exemplo (continuação)

Determinar a área de aço e a armadura na região do engaste das lajes 1 e 2 usando as tabelas K_c e K_s



Resolução

Determinar K_c :

$$K_c = \frac{b_w * d^2}{M_{sd}}$$

$$K_c = \frac{100 * 6,5^2}{5,76 * 100}$$

$$K_c = 7,33 \text{ cm}^2 / \text{kN}$$

Determinar Ks

FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES										
$\beta_x = \frac{x}{d}$	K_c (cm ² /kN)									Dom.
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-50	
0,01	137,8	103,4	82,7	68,9	59,1	51,7	45,9	41,3	0,023	
0,02	69,2	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9	23,1	20,8	0,023	
0,03	46,3	34,7	27,8	23,2	19,8	17,4	15,4	13,9	0,023	
0,04	34,9	26,2	20,9	17,4	14,9	13,1	11,6	10,5	0,023	
0,05	28,0	21,0	16,8	14,0	12,0	10,5	9,3	8,4	0,023	
0,06	23,4	17,6	14,1	11,7	10,0	8,8	7,8	7,0	0,024	
0,07	20,2	15,1	12,1	10,1	8,6	7,6	6,7	6,1	0,024	
0,08	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,6	5,9	5,3	0,024	
0,09	15,8	11,9	9,5	7,9	6,8	5,9	5,3	4,7	0,024	
0,10	14,3	10,7	8,6	7,1	6,1	5,4	4,8	4,3	0,024	
0,11	13,1	9,8	7,8	6,5	5,6	4,9	4,4	3,9	0,024	
0,12	12,0	9,0	7,2	6,0	5,1	4,5	4,0	3,6	0,024	
0,13	11,1	8,4	6,7	5,6	4,8	4,2	3,7	3,3	0,024	
0,14	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,024	

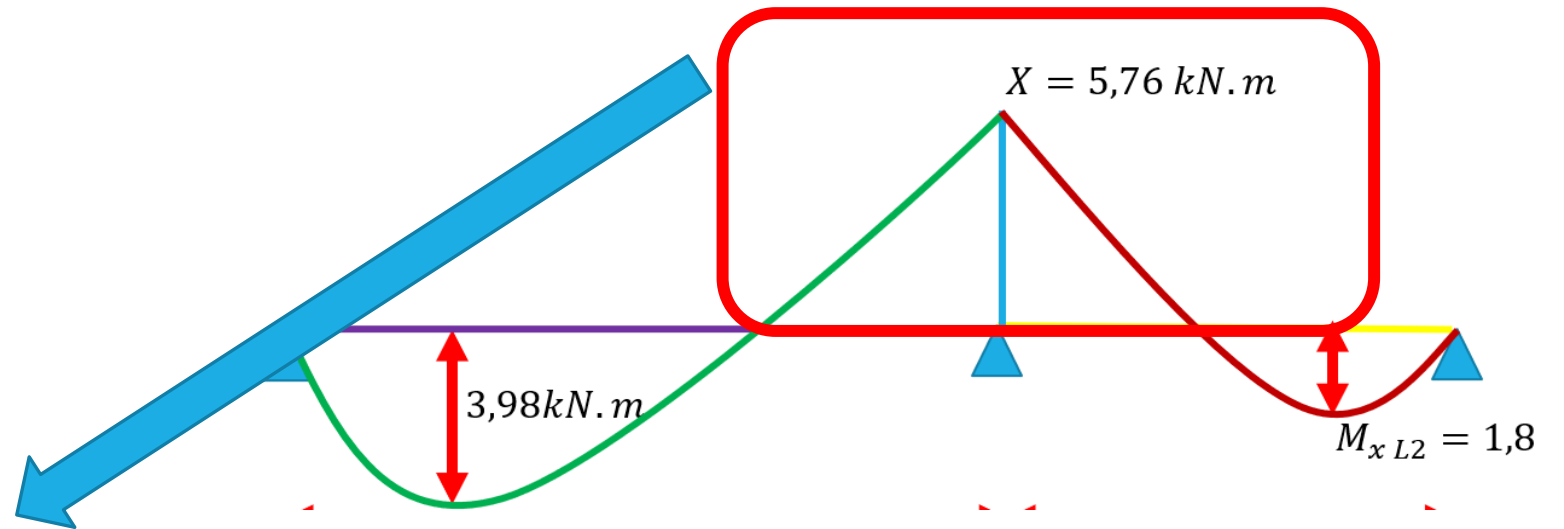
Resolução

Determinar A_s :

$$A_s = K_s * \frac{M_{sd}}{d}$$

$$A_s = 0,024 * \frac{(5,76 * 100)}{6,5}$$

$$A_s = 2,13 \text{ cm}^2 / \text{m}$$



Resolução

Armadura negativa na região do engaste das lajes 1 e 2

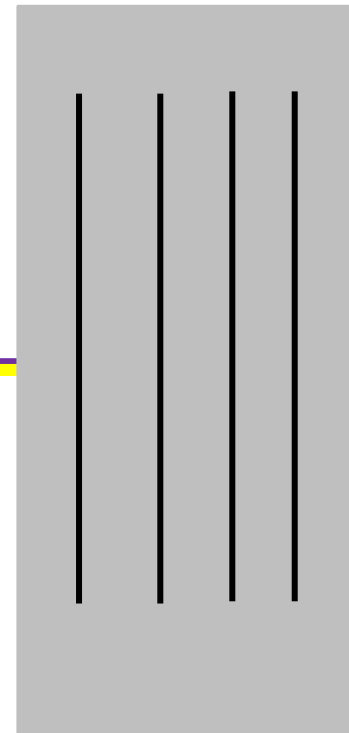
Diâmetro (mm)	Área unitária (cm ²)	Número de barras	Espaçamento entre barras (cm)
5	0,19	$2,13/0,19 = 11,21 = 12$	$100/12 = 8,33$ cm
6,3	0,31	7	$100/7 = 14,3$ cm
8	0,50	5	$100/5 = 20$ cm
10	0,78		
12,5	1,23		

Como as lajes têm 4 m de vão a armadura negativa no engaste entre as lajes 1 e 2 será de:
→ $20\phi 8 \text{ mm a } c/20\text{cm}$

320

200

1 m
Cada faixa de 1 m de laje terá:
 $5\phi 8 \text{ mm a } c/20\text{cm}$



400

TABELA 5. armadura nas lajes

LAJE	cas o	λ	A_{sx} (cm²)	S_x (cm)	A_{sy} (cm²)	S_y (cm)	$A_{s'x}$	$S'x$ (cm)	$A_{s'y}$	$S'y$ (cm)
1	2B	1,25			1,5		2,13			
2	2B	2					2,13			

Em casa, determine as armaduras positivas para o momento positivo ao longo de l_y da laje 1 e da laje 2 e a armadura positiva para o momento positivo ao longo de l_x da laje 2